

### **Zadatak 1:**

Otvoriti bilo koji fajl sa podacima.

- ♦ Izračunati (korišćenjem funkcije **CDF.NORMAL**) kolika je verovatnoća da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije veći od 150, ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i varijansom 225. Varijablu u koju će se upisati rezultat nazvati **IQpr150**;
- ♦ Izračunati (korišćenjem funkcije **CDF.NORMAL**) kolika je verovatnoća da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije između 85 i 115, ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i varijansom 225. Varijablu u koju će se upisati rezultat nazvati **IQpr150**. Varijablu u koju će se upisati rezultat nazvati **IQ85do115**;

Nakon što smo otvorili fajl sa podacima (možete uzeti bilo koji, ja sam odabrala onaj iz Vežbi 06 **lateral.sav** pošto zauzima najmanje radne memorije) odlazimo u meni **Transform** i pozivamo komandu **Compute**. Ono što nam se traži u prvom zadatku jeste da korišćenjem funkcije **CDF.NORMAL** izračunamo verovatnoću da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije veći od 150 ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i varijansom 225.

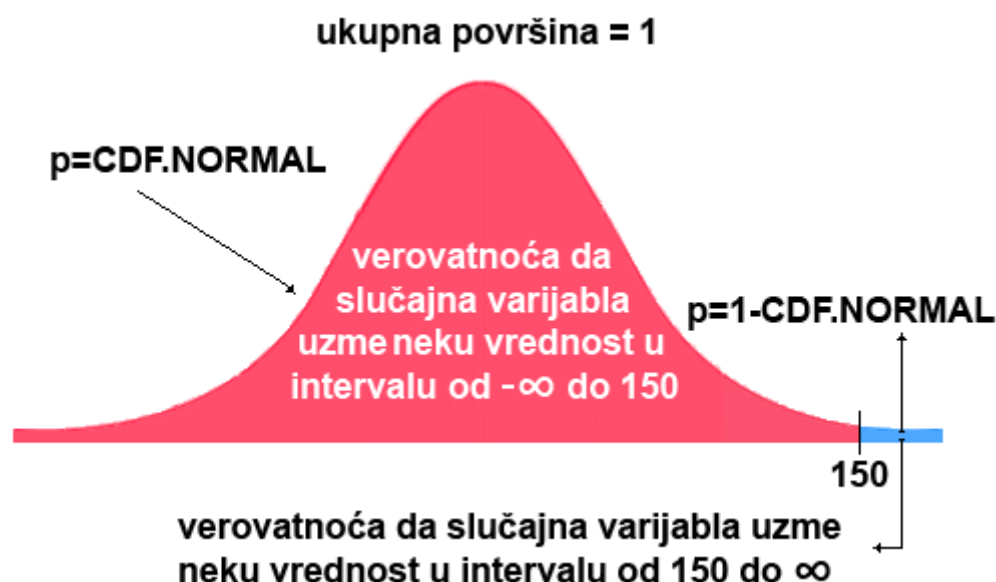
Pogledajmo malo detaljnije šta ova komanda sadrži:

**CDF.NORMAL(q,mean,stddev)**

gde je:

1. **q** – ime varijable sa rezultatima ili neka određena vrednost, u našem slučaju 150
2. **mean** – aritmetička sredina, u našem slučaju 100
3. **stddev** – standardna devijacija, u našem slučaju 15 (dobili smo je korenovanjem varijanse koja iznosi 225)

Pre nego što zamenimo znakove pitanja konkretnim vrednostima treba da zapazimo sledeće. Naime, šta tačno radi funkcija **CDF.NORMAL**? Ova funkcija računa verovatnoću da slučajna varijabla uzme neku vrednost u intervalu od  $-\infty$  do neke određene vrednosti koja u našem slučaju iznosi 150. Međutim, nama treba verovatnoća da ta ista varijabla uzme neku vrednost veću od zadatih 150, dakle, u intervalu od 150 do  $+\infty$ . Kako ćemo to izvesti? Pa jednostavno. Pogledajte ovaj crtež:

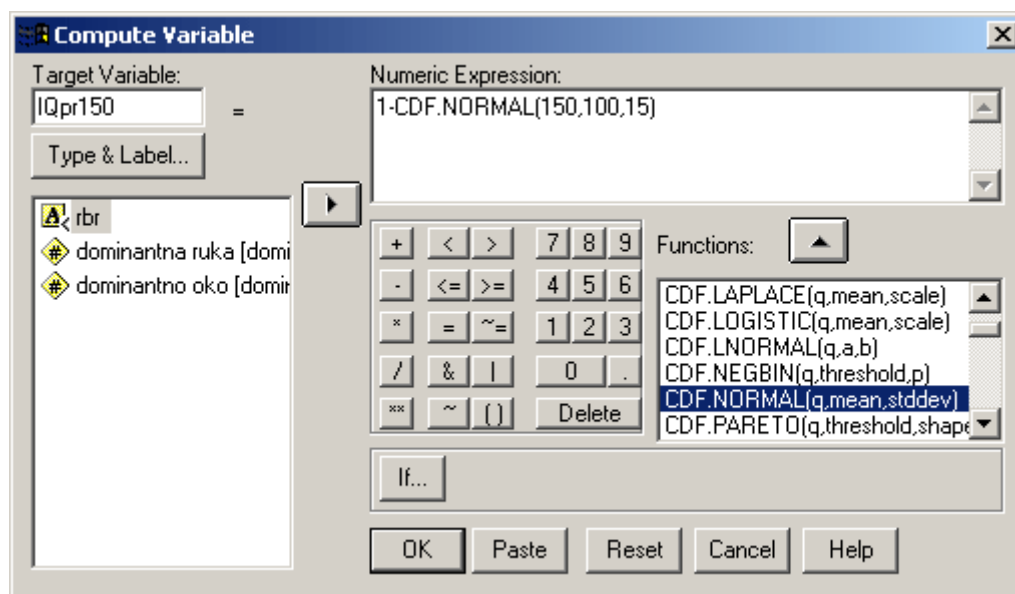


Imajte na umu dve karakteristike normalne raspodele:

1. ukupna površina ispod krive je kao i kod svake krive gustine verovatnoće jednaka 1
2. površina ispod krive je verovatnoća da slučajna varijabla uzme neku vrednost u intervalu

Dakle rešenje se samo nameće i ono glasi: *tako što ćemo od ukupne verovatnoće koja je jednaka površini koju zauzima normalna kriva i koja iznosi 1, oduzeti verovatnoću dobijenu upotrebom funkcije **CDF.NORMAL**.*

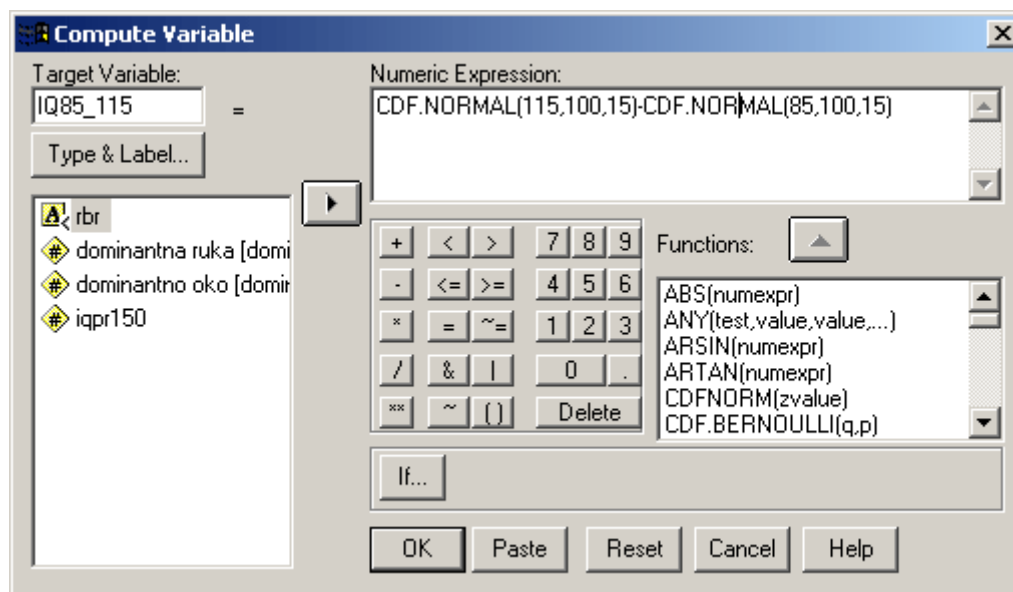
U polje **Numeric Expression** upisujemo izraz:



i dobijamo da je verovatnoća da neko u populaciji ima IQ veći od 150 jednaka 0,0004290...

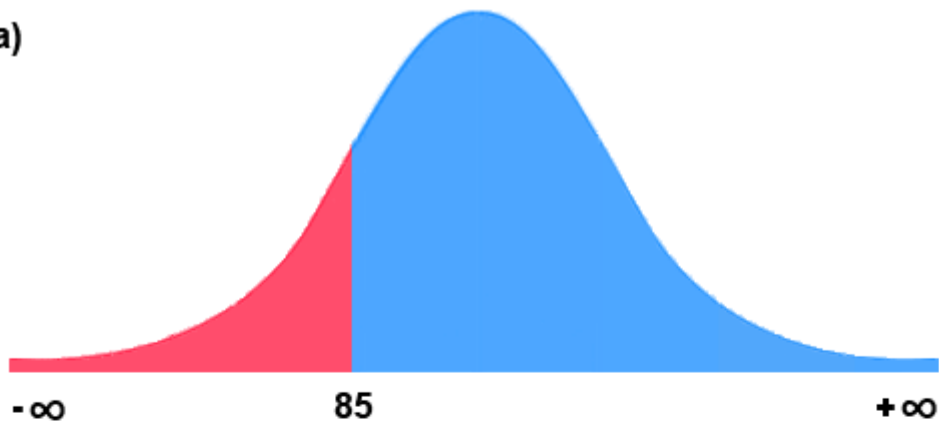
|                      |
|----------------------|
| 0,000429060333196896 |
| iqpr150              |
| ,0004                |
| ,0004                |
| ,0004                |
| ,0004                |

Sličan princip primenićemo i u narednom zadatku, tj. opet ćemo oduzimati površine odnosno verovatnoće i to, ovoga puta, za interval od  $-\infty$  do 115 i interval od  $-\infty$  do 85. Verovatnoću za interval 85-115 dobijamo iz preseka ove dve površine (šrafirani deo crteža obojen zelenom) i ona iznosi:

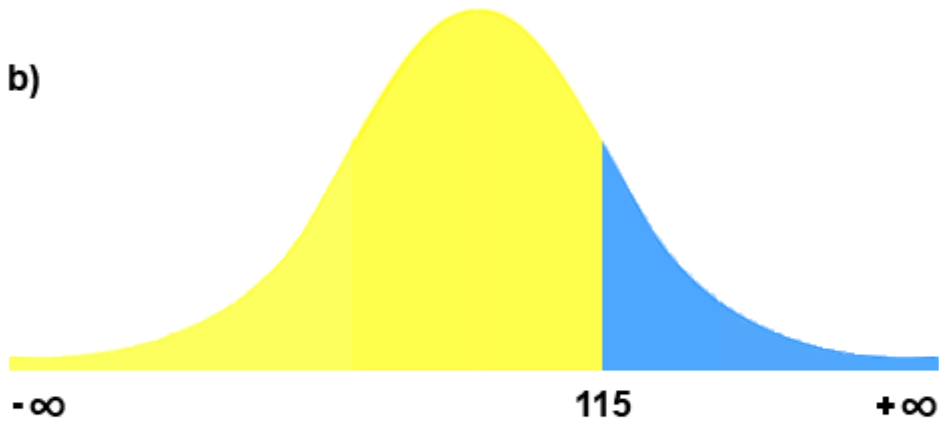


|                |
|----------------|
| 0,682689492137 |
| iq85_115       |
| ,6827          |
| ,6827          |
| ,6827          |
| ,6827          |
| ,6827          |
| ,6827          |

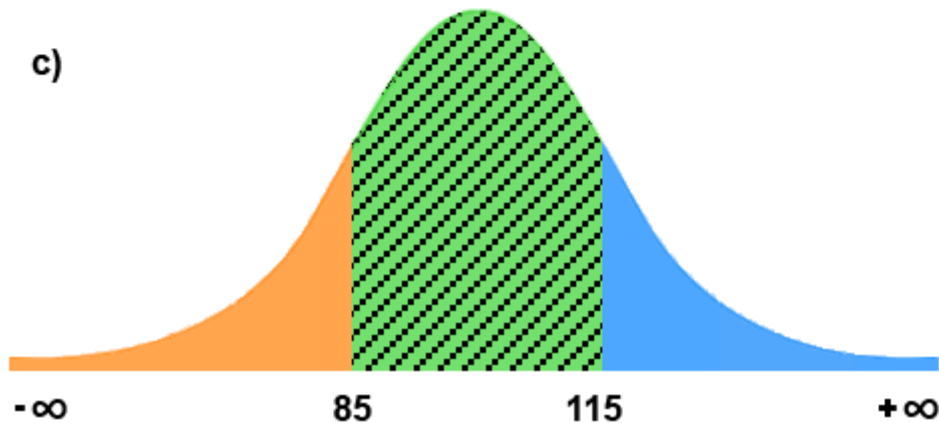
a)



b)



c)



Dakle 68.27%, dakle dve  $\sigma$ . Ovaj rezultat smo mogli da predvidimo i bez računanja na osnovu činjenice da je  $85 = 100 - 15$  tj.  $\mu - \sigma$  i  $115 = 100 + 15$  tj.  $\mu + \sigma$ , tj. da površina ispod normalne krive između dve standardne devijacije iznosi 68.24% što daje verovatnoću od 0.68.

**Zadatak 2:**

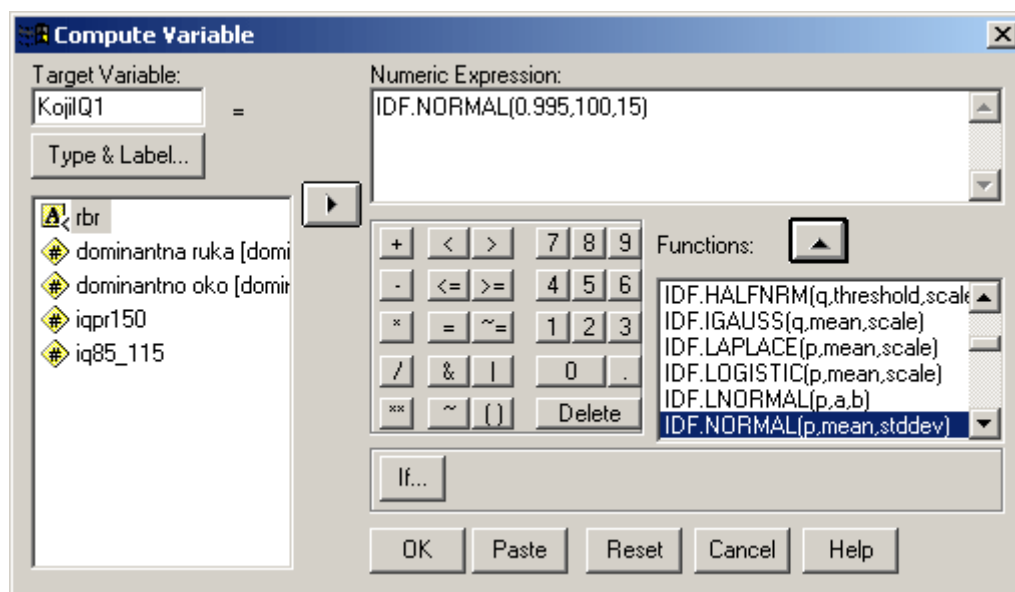
Fajl isti kao za zadatak 1.

- ◆ Ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i standardnom devijacijom 15 izračunati (korišćenjem funkcije `IDF.NORMAL`) za koju vrednost količnika inteligencije važi sledeće: verovatnoća da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije veći od te vrednosti jednaka je 0.005. Varijablu u koju će se upisati rezultat nazvati `KojilQ1`;
- ◆ Ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i standardnom devijacijom 15 izračunati (korišćenjem funkcije `IDF.NORMAL`) za koju vrednost količnika inteligencije važi sledeće: verovatnoća da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije manji od te vrednosti jednaka je 0.005. Varijablu u koju će se upisati rezultat nazvati `KojilQ2`;
- ◆ Ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i standardnom devijacijom 15 izračunati (korišćenjem funkcije `PROBIT`) za koju vrednost količnika inteligencije važi sledeće: verovatnoća da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije veći od te vrednosti jednaka je 0.005. Varijablu u koju će se upisati rezultat nazvati `Kojazvr1`;
- ◆ Ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i standardnom devijacijom 15 izračunati (korišćenjem funkcije `PROBIT`) za koju vrednost količnika inteligencije važi sledeće: verovatnoća da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije manji od te vrednosti jednaka je 0.005. Varijablu u koju će se upisati rezultat nazvati `Kojazvr2`;

Drugi zadatak podrazumeva upotrebu funkcije **IDF.NORMAL(p,mean,stddev)**. Proučimo je malo detaljnije. Ova funkcija određuje vrednost za koju važi da je verovatnoća da varijabla sa normalnom funkcijom gustine uzme neku vrednost jednaku ili manju datoj vrednosti tj. od  $-\infty$  do date vrednosti  $x_i$ . Međutim, u našem zadatku se traži vrednost količnika inteligencije za koju važi da je verovatnoća da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije veći od te vrednosti tj. od  $x_i$  do  $+\infty$  jednaka 0.005. Ovaj uslov možemo preformulisati na sledeći način: *ako je verovatnoća da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije veći od vrednosti  $x_i$  jednaka 0.005, onda je verovatnoća da imaju količnik inteligencije manji od te vrednosti (dakle od  $-\infty$  do  $x_i$  što jedino i možemo izračunati koristeći se funkcijom `IDF.NORMAL`) jednaka 0.995 (tj.  $1-0.005$ ).*

Imamo:

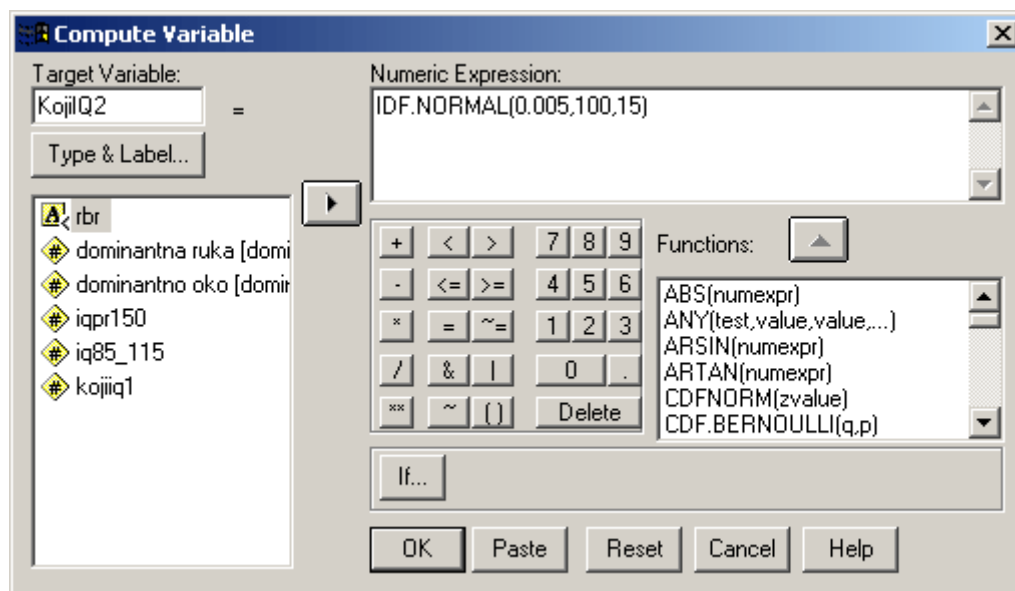
1. **p** – željena verovatnoća, u našem slučaju 0.995
2. **mean** – aritmetička sredina, u našem slučaju 100
3. **stddev** – standardna devijacija, u našem slučaju 15



Traženi količnik inteligencije u našem slučaju je:

| kojiIQ1 |
|---------|
| 138,64  |
| 138,64  |
| 138,64  |
| 138,64  |
| 138,64  |

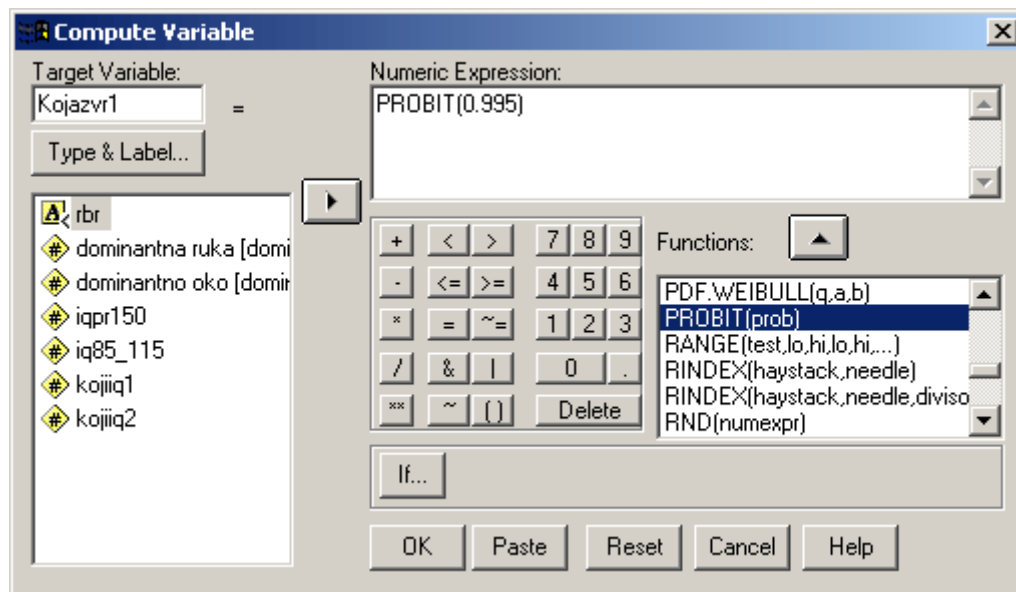
Za količnik inteligencije za koji je verovatnoća da osobe u populaciji imaju količnik inteligencije manji od te vrednosti jednaka 0.005 unosimo:



Obratite pažnju da su ova dva rezultata simetrična u odnosu na vrednost 100 tj. aritmetičku sredinu. Prvi rezultat je veći od aritmetičke sredine tačno onoliko koliko je drugi rezultat manji od iste.

| kojiiq1 | kojiiq2 |
|---------|---------|
| 138,64  | 61,36   |
| 138,64  | 61,36   |
| 138,64  | 61,36   |
| 138,64  | 61,36   |
| 138,64  | 61,36   |

Funkcija **PROBIT(prob)** je isto što i funkcija **IDF.NORMAL(p,0,1)** s tim što se ona odnosi isključivo na standardizovane funkcije gustine sa podrazumevanom aritmetičkom sredinom 0 i standardnom devijacijom 1 koje nije potrebno unositi.

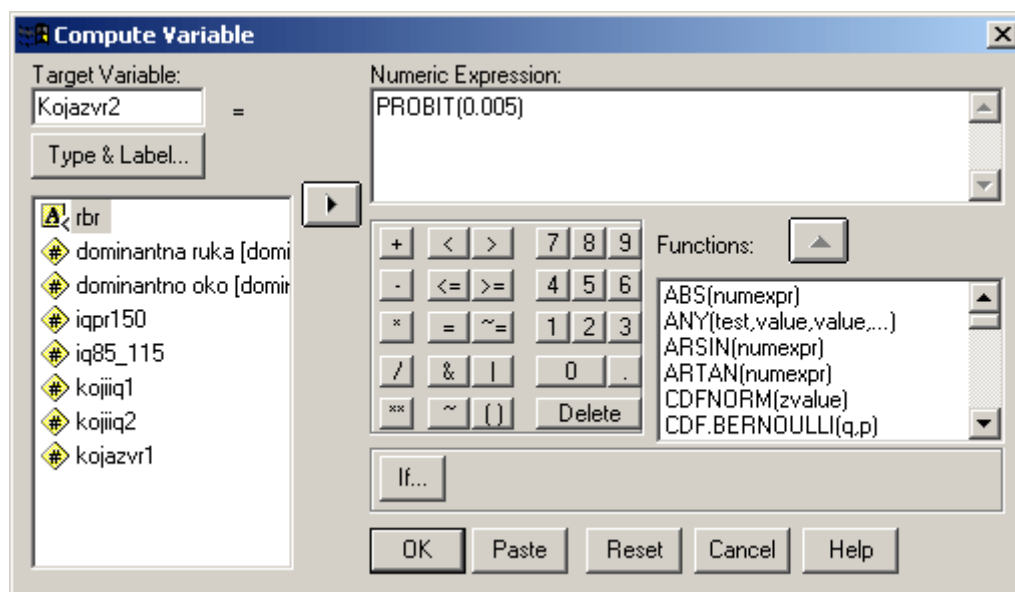


pri čemu smo dobili tzv. standardizovanu vrednost od 2.576 koju prevodimo pomoću obrasca  $x = M + z * S$  u nestandardizovani, izvorni, oblik pri čemu ista iznosi očekivanih 138.64 kao i u slučaju varijable KojilQ1.

| kojazvr1 |
|----------|
| 2,58     |
| 2,58     |
| 2,58     |
| 2,58     |
| 2,58     |

čl

Za vrednost manju od 0.005 iznosi -2.576 (i ove dve vrednosti su simetrične u odnosu na aritmetičku sredinu koja je u ovom slučaju 0) tj. 61.36 u izvornom obliku.



| kojiiq1 | kojiiq2 | kojazvr1 | kojazvr2 |
|---------|---------|----------|----------|
| 138,64  | 61,36   | 2,576    | -2,576   |
| 138,64  | 61,36   | 2,576    | -2,576   |
| 138,64  | 61,36   | 2,576    | -2,576   |
| 138,64  | 61,36   | 2,576    | -2,576   |
| 138,64  | 61,36   | 2,576    | -2,576   |
| 138,64  | 61,36   | 2,576    | -2,576   |

### Zadatak 3:

Fajl isti kao za zadatak 3.

- ♦ Izračunati (korišćenjem funkcije **CDFNORM**) kolika je verovatnoća da osobe u populaciji imaju standardizovani količnik inteligencije veći od 1.96, ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i varijansom 225. Varijablu u koju će se upisati rezultat nazvati verz1;
- ♦ Izračunati (korišćenjem funkcije **CDFNORM**) kolika je verovatnoća da osobe u populaciji imaju standardizovani količnik inteligencije manji od -1.96, ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i varijansom 225. Varijablu u koju će se upisati rezultat nazvati verz2;

Funkcija **CDFNORM** se odnosi prema funkciji **CDF.NORMAL** isto onako kako se funkcija **PROBIT** odnosi prema funkciji **IDF.NORMAL** tj. prve se koriste kod standardizovanih funkcija gustine koje podrazumevaju aritmetičku sredinu 0 i standardnu devijaciju 1, a druge za izvorne rezultate sa neke specifične skale merenja.

Verovatnoća da osobe u populaciji imaju standardizovani količnik inteligencije veći od 1.96, ako je inteligencija normalno distribuirana u populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 i varijansom 225 je 0.025. Da smo koristili funkciju **CDF.NORMAL** morali bismo da, prethodno standardizovani rezultat, pretvorimo u izvorni te bi bilo:



CDF.NORMAL(129.4,100,15)

| verz1 | verz2 |
|-------|-------|
| ,0250 | ,0250 |
| ,0250 | ,0250 |
| ,0250 | ,0250 |
| ,0250 | ,0250 |
| ,0250 | ,0250 |
| ,0250 | ,0250 |

I za količnik manji od -1,96 verovatnoća je isto tolika, dakle 0.025.

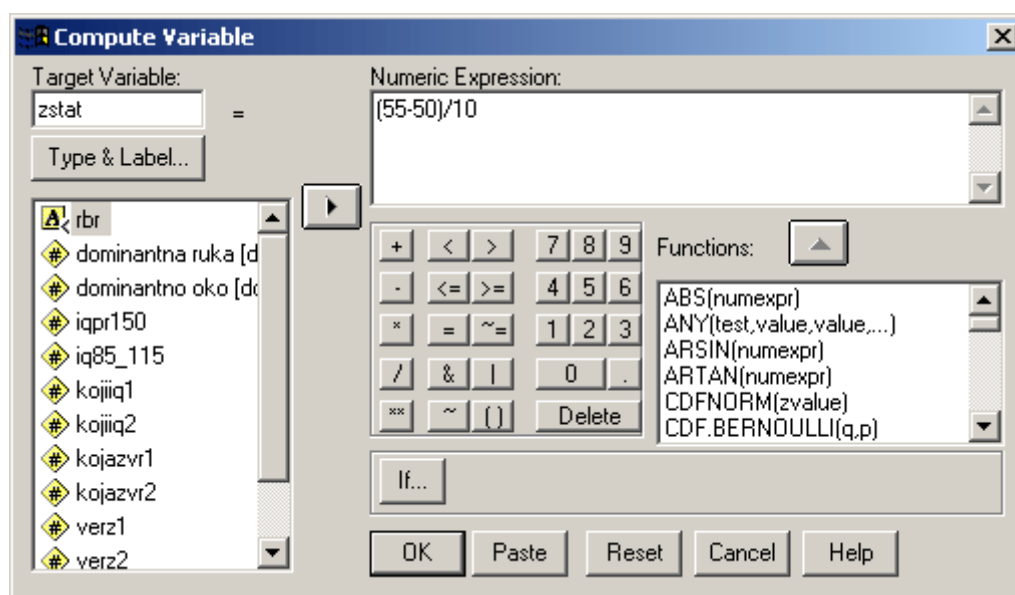
.....

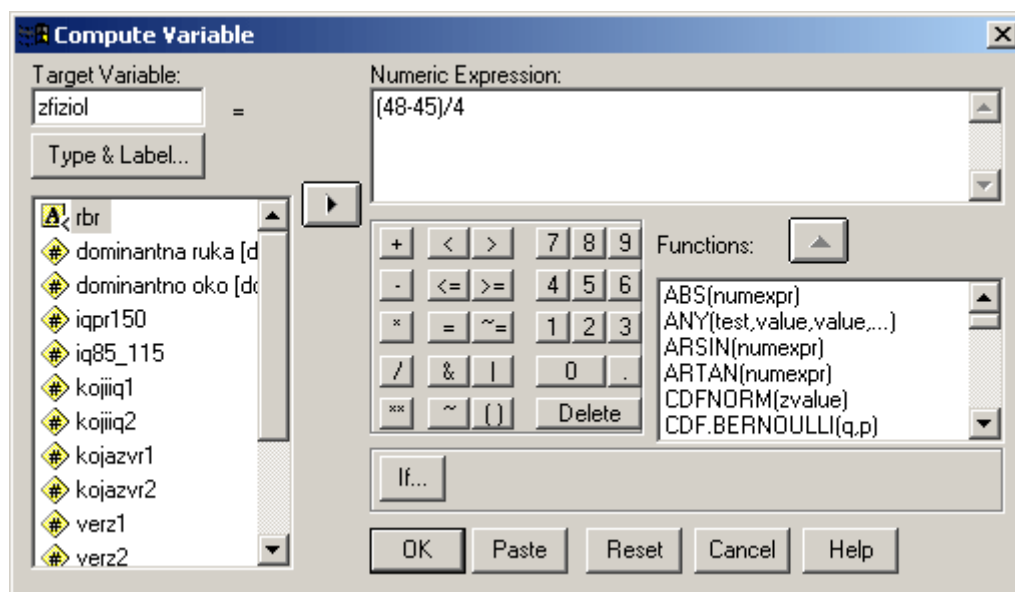
**Zadatak 4:**

Fajl isti kao za zadatak 1.

- ♦ Na testu znanja statistike (koji daje normalnu raspodelu rezultata sa aritmetičkom sredinom 50 i standardnom devijacijom 10 student je postigao rezultat 55, a na testu znanja fiziologije (koji daje normalnu raspodelu rezultata sa aritmetičkom sredinom 45 i standardnom devijacijom 4 student je postigao rezultat 48. Izračunati na kojem od ovih testova je student postigao rezultat koji je, relativno gledano, bolji, tj. na kojem od testova je student bolji od većeg procenta ostalih studenata koji su rešavali testove. Variable sa rezultatima nazvati zstat i zfiol.

Da bismo rešili zadatak broj 4 potrebno je da standardizujemo rezultate kako bismo ih učinili nezavisnim u odnosu na mernu skalu sa koje potiču, a time mogli da ih međusobno poredimo. Standardizacija se vrši prema obrascu:  $z_i = (x_i - M) / S$  čime dobijamo:





Poređenjem dve standardizovane vrednosti zaključujemo da je student bio uspešniji na testu iz fiziologije.

| zstat | zfiziol |
|-------|---------|
| ,50   | ,75     |
| ,50   | ,75     |
| ,50   | ,75     |
| ,50   | ,75     |
| ,50   | ,75     |
| ,50   | ,75     |
| ,50   | ,75     |
| ,50   | ,75     |
| ,50   | ,75     |

### Zadatak 5.

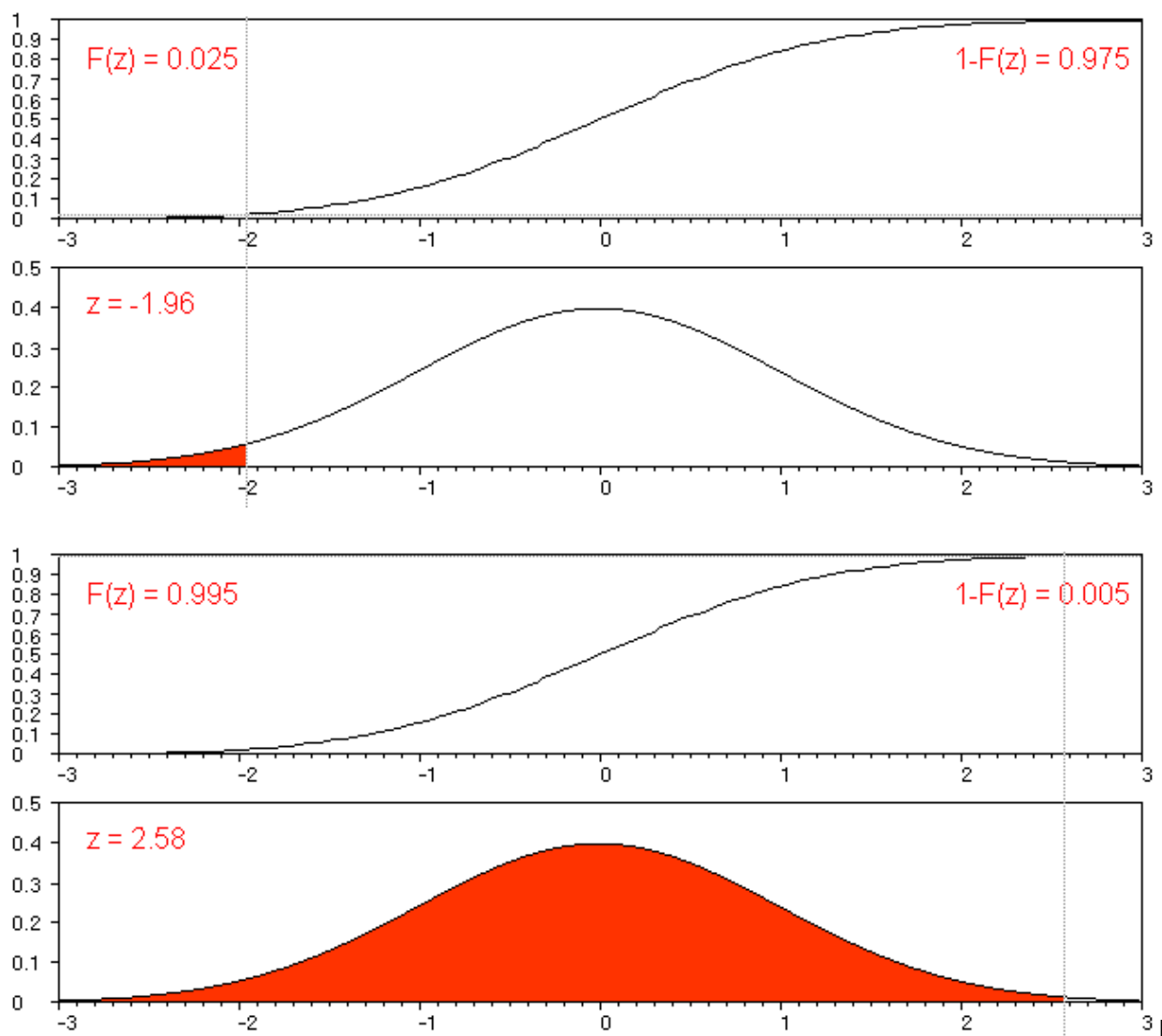
Fajl isti kao za zadatak 1.

- ♦ Izračunati (korišćenjem funkcije CDFNORM) kolika je verovatnoća da varijabla koja ima standardizovanu normalnu raspodelu (raspodelu sa aritmetičkom sredinom 0 i standardnom devijacijom 1) uzme neku vrednost manju od -1.96 ili veću od 1.96. Varijablu sa rezultatom nazvati p196;
- ♦ Izračunati (korišćenjem funkcije CDFNORM) kolika je verovatnoća da varijabla koja ima standardizovanu normalnu raspodelu (raspodelu sa aritmetičkom sredinom 0 i standardnom devijacijom 1) uzme neku vrednost manju od -2.58 ili veću od 2.58. Varijablu sa rezultatom nazvati p258;

Verovatnoću za vrednosti veće od 1.96 i manje od -1.96 već smo izračunali u trećem zadatku, a verovatnoća da varijabla uzme neku vrednost manju od -2.58 ili veću od 2.58 iznosi 0.0049, tj. zaokruženo 0.005<sup>1</sup>. Dakle, njihovim sabiranjem dobijamo:

1. 0.05 ili 5% (dok raspon između -1.96 i 1.96 na z-skali obuhvata 95% slučajeva)
2. 0.01 ili 1% (dok raspon između -2.58 i 2.58 na z-skali obuhvata 99% slučajeva)

| p196  | p258  |
|-------|-------|
| ,0250 | ,0049 |
| ,0250 | ,0049 |
| ,0250 | ,0049 |
| ,0250 | ,0049 |
| ,0250 | ,0049 |
| ,0250 | ,0049 |



<sup>1</sup> Animaciju koja prikazuje kako se menjaju površina na funkciji gustine i verovatnoće sa promenom z-vrednosti možete pronaći na stranici: <http://noppa5.pc.helsinki.fi/koe/nj/nj2.html>